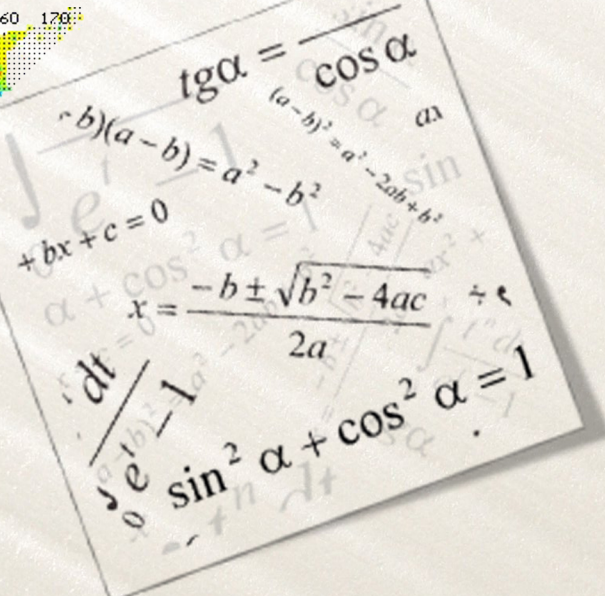
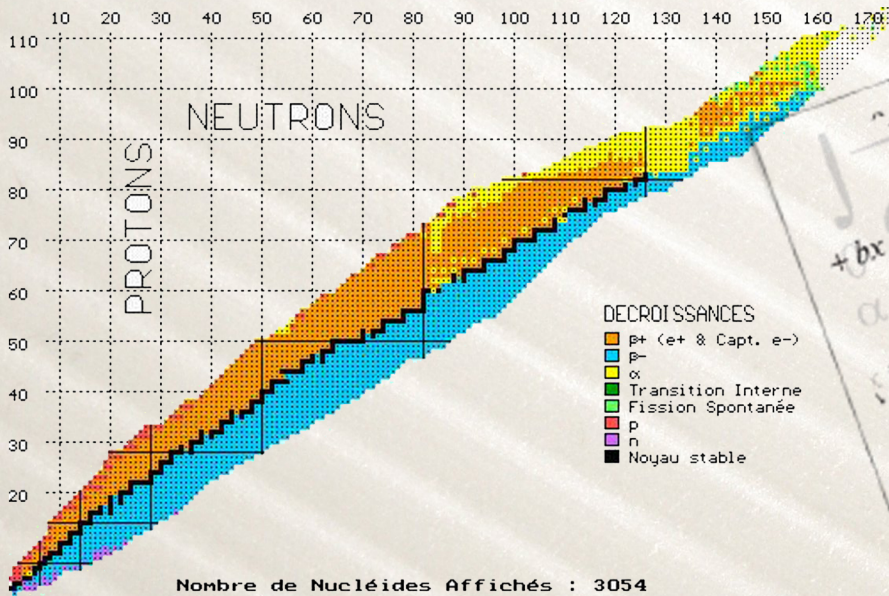


# Correction Des Examens

## Filière SVT



تمنياتنا للجميع بالتوفيق والنجاح

2016/2017



[www.clubnajah.com](http://www.clubnajah.com)



[Clubnajah2013@gmail.com](mailto:Clubnajah2013@gmail.com)



[www.facebook.com/succes.club](http://www.facebook.com/succes.club)



EPREUVE DE MATHÉMATIQUES  
DUREE : 1h 30mn

PARTIE COURS

1. Donner la définition de deux suites adjacentes ;
2. Citer le théorème de Rolle et donner son interprétation géométrique.

PARTIE EXERCICES

Exercice n° 1 :

Soit la fonction  $f(x) = \frac{e^x}{x+2}$

- a) Donner le domaine de définition de  $f$
- b) Etudier la continuité de  $f$
- c) Etudier la dérivabilité de  $f$
- d)  $f$  est-elle prolongeable par continuité au point  $-2$ . Justifier.
- e) Calculer  $f'(x)$
- f) Montrer que  $f$  réalise une bijection de  $]0, 1[$  dans  $[\frac{1}{2}, \frac{e}{3}]$
- g) Montrer que pour tout réel  $x$  de l'intervalle  $]0, 1[$   $\frac{1}{4} \leq f'(x) < \frac{2}{3}$

Soit  $g(x) = \frac{e^x}{x+2} - x$

- h) Calculer  $g'(x)$
- i) Montrer, en utilisant le théorème des valeurs intermédiaires, que l'équation  $g(x) = 0$  admet une solution unique dans l'intervalle  $]0, 1[$

\*CLUB NAJAH\*  
UCD.FCS.EL JADIDA  
LE PRÉSIDENT

Exercice n° 2 :

Montrer en utilisant le théorème des accroissements finis, l'inégalité suivante :

Pour tout  $x, y \in ]-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}[$  on a  $|x - y| \leq |tg x - tg y| \leq 2|x - y|$

Exercice n° 3 :

On considère la suite  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  de réels strictement positifs définie par :

$$\begin{cases} u_0 = 2 \\ \ln(u_{n+1}) = 1 + \ln(u_n) \quad (n \in \mathbb{N}) \end{cases}$$

- 1) Exprimer  $u_{n+1}$  en fonction de  $n$  et préciser la nature de la suite  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$
- 2) Déterminer la monotonie de la suite  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  et donner sa limite
- 3) Exprimer la somme  $\sum_{k=0}^n u_k$
- 4) Exprimer la somme  $\sum_{k=1}^n \ln(u_k)$  en fonction de  $n$ .
- 5) En déduire le produit  $u_1 \times u_2 \times \dots \times u_n$  en fonction de  $n$

## EPREUVE DE MATHÉMATIQUE

SVT(S1) a.u :2015/2016

### PARTIE COURS :

1. Soient  $(u_n)$  et  $(v_n)$  deux suites (page 1)  
 $(u_n)$  et  $(v_n)$  est dit adjacentes si :
  - $(u_n)$  est croissante
  - $(v_n)$  est décroissante
  - $\lim_{n \rightarrow +\infty} (u_n - v_n) = 0$
 Alors elles sont convergentes vers la même limite.
2. Théorème de ROLLE :
  - Soit  $f$  continue sur  $[a, b]$  et dérivable sur  $]a, b[$
  - Tel que  $f(a) = f(b)$   
 Alors  $\exists c \in ]a, b[$   $f'(c) = 0$
  - Interprétation géométrique : voir cours

### PARTIE EXERCICES :

#### Exercice n°1 :

+CLUB NAJAH+  
 UCD.FS, ELJADIDA  
 LE PRÉSIDENT

$$f(x) = \frac{e^x}{x+2}$$

- a)  $x \in Df \Leftrightarrow x + 2 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq -2$   
 donc  $Df = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$
- b) on a  $x \rightarrow e^x$  est continue sur  $\mathbb{R}$  on particulier sur  $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$   
 et  $x \rightarrow \frac{1}{x+2}$  est continue sur  $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$   
 alors  $f$  est continue sur  $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$  comme produit de deux fonction continue ;
- c) on a  $x \rightarrow e^x$  est dérivable sur  $\mathbb{R}$  on particulier sur  $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$   
 et  $x \rightarrow \frac{1}{x+2}$  est dérivable sur  $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$   
 alors  $f$  est dérivable sur  $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$  comme produit de deux fonction dérivable ;
- d)  $f$  n'est pas prolongeable par continuité au point  $-2$   
 Car  $\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{e^x}{x+2} = \infty \nexists$
- e) Pour tout  $x \in Df$  :  $f'(x) = \frac{e^x(x+2) - e^x}{(x+2)^2} = \frac{e^x(x+1)}{(x+2)^2}$  (page 2)
- f) On a  $f$  continue sur  $[0, 1]$  d'après a)  
 $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = -1$   
 Donc  $\forall x \geq -1$   $f'(x) \geq 0$

Donc  $f$  est bijection de  $[0, 1]$  donc  $[f(0), f(1)] = \left[\frac{1}{2}, \frac{e}{3}\right]$ .

g) Sur  $[0, 1]$   $f$  croissant alors  $f'$  croissante

$$x \in [0, 1] \Rightarrow 0 \leq x \leq 1$$

$$\Rightarrow f'(0) \leq f'(x) \leq f'(1)$$

$$f'(0) = \frac{1}{4}; f'(1) = \frac{2e}{9} \text{ alors } \frac{1}{4} \leq f'(x) \leq \frac{2e}{9} < \frac{2}{3}$$

$$\forall x \in [0, 1] \frac{1}{4} \leq f'(x) < \frac{2}{3}$$

$$g(x) = \frac{e^x}{x+2} - x = f(x) - x$$

h)  $\forall x \in Df \quad g'(x) = f'(x) - 1$

$$= \frac{e^x(x+1)}{(x+2)^2} - 1$$

i)  $g$  est continue sur  $[0, 1]$

$$g(0) = \frac{1}{2}; g(1) = \frac{e}{3} - 1 = \frac{e-3}{3} < 0 \text{ car } e < 3$$

$$g(0) \cdot g(1) < 0$$

$g$  strictement croissante sur  $[0, 1]$  car  $f$  l'aussi

Alors d'après le théorème de valeur intermédiaires l'équation

$g(x) = 0$  Admet une unique solution

REMARQUE : la solution est unique car  $g$  strictement croissante

### Exercice 2 :

On pose  $h(t) = tg(t)$

Soient  $x, y \in \left[-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\right]$

+CLUB NAJAH+  
UCD.FS.ELJADIDA  
LE PRÉSIDENT

•  $h$  continue sur  $\left[-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\right]$  car  $x \rightarrow tg(x)$  continue sur  $\left]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right[$

•  $h$  dérivable sur  $\left[-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\right]$  car.....

$$\xrightarrow{T.A.F} \exists c \in \left[-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\right] \text{ telle que } h'(c) = \frac{h(y)-h(x)}{y-x} = \frac{tg(y)-tg(x)}{y-x}$$

$$h'(c) = 1 + tg(c)^2$$

$$-\frac{\pi}{4} \leq c \leq \frac{\pi}{4}$$

$$\Rightarrow 0 \leq tg(c)^2 \leq 1 \quad ; tg\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1$$

$$\Rightarrow 1 \leq tg(c)^2 + 1 \leq 2 \Rightarrow 1 \leq h'(c) \leq 2$$

Donc  $1 \leq \frac{tg(y)-tg(x)}{y-x} \leq 2$  alors (page 3)

$x - y \leq tg(x) - tg(y) \leq 2(x - y)$  d'où

$$\forall x, y \in \left[-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\right] |x - y| \leq |tg(x) - tg(y)| \leq 2|x - y|$$

### Exercice 3



$$u_0 = 2 ; \ln(u_{n+1}) = 1 + \ln(u_n) \quad (n \in \mathbb{N})$$

$$1) u_{n+1} = e^{1+\ln(u_n)} = e e^{\ln(u_n)} = e \cdot u_n$$

Donc  $(u_n)$  est une suite géométrique de raison  $e$

$$\forall n \in \mathbb{N} \quad u_n = u_0 e^n = 2e^n$$

2) Elle est clair que  $(u_n)$  est croissante ( $u_{n+1} - u_n \geq 0$  vérifier)

3) Somme de suite géométrique

$$\begin{aligned} \sum_{k=0}^n u_k &= \sum_{k=0}^n 2e^k \\ &= 2 \frac{e^{n+1} - 1}{e - 1} \end{aligned}$$

4)

$$\sum_{k=1}^n \ln(u_k) = \sum_{k=1}^n \ln(2e^k)$$

$$= \sum_{k=1}^n \ln(2) + \ln(e^k)$$

$$= n \ln(2) + \sum_{k=1}^n k$$

$$= n \ln(2) + \frac{n(n+1)}{2}$$

REMARQUE:  $\forall k > 0 \ln(e^k) = k$ ;  $e^{\ln(k)} = k$   $\sum_{k=1}^n k = \frac{n(n+1)}{2}$

5)

$$\ln(u_1 \times u_2 \dots \times u_n) = \sum_{k=1}^n \ln(u_k)$$

$$= n \ln(2) + \frac{n(n+1)}{2} \quad (\text{d'après 4})$$

$$\Rightarrow u_1 \times u_2 \dots \times u_n = e^{n \ln(2) + \frac{n(n+1)}{2}}$$

<<Les mathématique est l'art de donner le même nom à des choses différents>>

RIEN N'EST FACILE MAIS TOUS EST POSSIBLE

\*CLUB MAJAH+  
UCD.FS.ELJADIDA  
LE PRÉSIDENT

EPREUVE DE MATHÉMATIQUES

RATTRAPAGE

DUREE : 1h 30mn

PARTIE COURS

Enoncer le théorème de Rolle et donner son interprétation géométrique.

PARTIE EXERCICES

Exercice n° 1 :

On considère la suite  $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$  telle que  $U_n > 0 \quad \forall n \in \mathbb{N}$  et la suite  $(V_n)_{n \in \mathbb{N}}$  définie, pour tout entier naturel  $n$  par  $V_n = \ln(u_n)$

Pour tout entier naturel  $n$ , on pose :

$$S_n = V_0 + V_1 + V_2 + \dots + V_n \text{ et } P_n = U_0 \times U_1 \times \dots \times U_n$$

1) Montrer que  $P_n = e^{S_n}$

2) Pour tout entier naturel  $n$ , on considère la suite  $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$  telle que  $U_{n+1} = \sqrt{U_n}$  et  $U_0 = e$

- Montrer que,  $(V_n)_{n \in \mathbb{N}}$  est une suite géométrique de raison  $\frac{1}{2}$ . Calculer son premier terme.
- Donner l'expression de  $V_n$  en fonction de  $n$ . En déduire l'expression de  $U_n$  en fonction de  $n$
- Exprimer  $S_n$  en fonction de  $n$ .
- En déduire l'expression de  $P_n$  en fonction de  $n$
- Déterminer la limite de  $S_n$ . En déduite celle  $P_n$

3) Pour tout entier naturel  $n$ , on considère la suite  $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$  telle que  $U_n = e^{1-n}$

- Calculer  $V_0, V_1$  et  $V_2$
- Montrer que  $(V_n)_{n \in \mathbb{N}}$  est arithmétique, dont on calculera la raison.
- Donner  $V_n$  en fonction de  $n$
- Calculer la  $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$ , ainsi que la  $\lim_{n \rightarrow +\infty} V_n$
- Donner l'expression de  $S_n$  en fonction de  $n$
- Calculer  $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n$ . En déduire  $\lim_{n \rightarrow +\infty} P_n$
- Déterminer un entier  $n_0$  tel que  $u_n \leq 10^{-4}$  dès que  $n \geq n_0$  ; ( $\ln 10 \approx 2,302$ )

\*CLUB NAJAH+  
UCD.FS.ELJADIDA  
LE PRESIDENT

Exercice n° 2 :

Soit la fonction définie par  $f(x) = 3x^4 - 11x^3 + 12x^2 - 4x + 2$

- Calculer  $f(1)$  et  $f(0)$
- Montrer en utilisant le théorème des accroissements finis que  $f'(x)$  s'annule au moins une fois sur  $]0, 1[$

Exercice n° 3 :

Soit la fonction  $f(x) = \frac{e^x - 1}{x}$

- Donner le domaine de définition de  $f$ .
- Etudier la continuité de  $f$  sur son domaine de définition.
- Montrer que  $f$  est prolongeable par continuité au point 0 et donner son prolongement  $g$ .
- Montrer que  $g$  est dérivable au point 0.
- Calculer  $g'(x)$  pour  $x \neq 0$
- Donner l'équation de la tangente de la fonction  $g$  au point 0.

N.B : Indication concernant l'exercice n° 3 :

Pour le calcul de certaines limites, utiliser le développement limité suivant :

Au voisinage de 0  $e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2} + x^2 \varepsilon(x)$  ; où  $\lim_{x \rightarrow 0} \varepsilon(x) = 0$

# Correction de l'Épreuve De Mathématiques

SVT 1, 2014-2015

Hamza LAKRIMI

Session de Rattrapage



## Partie Cours:

Énoncer le théorème de Rolle et donner son interprétation géométrique.

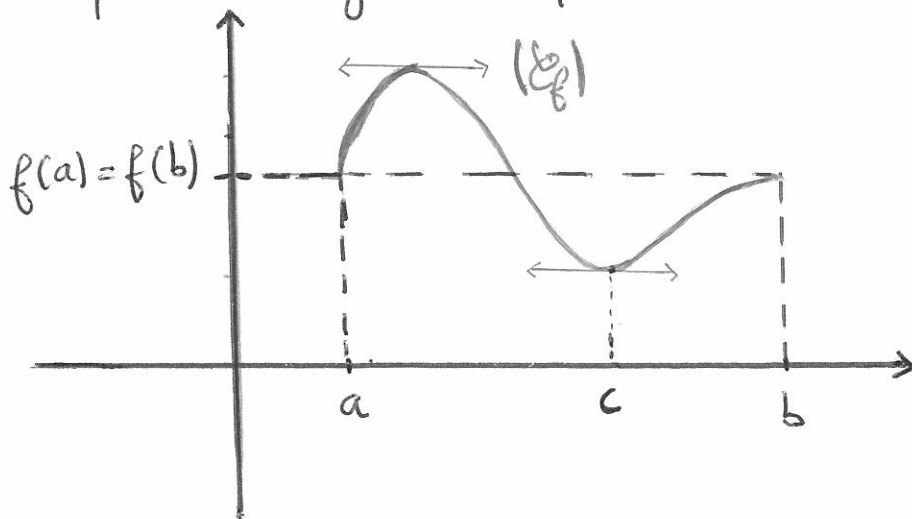
### Solution:

Théorème de Rolle: Soit  $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ . ( $a < b$ )

{ une fonction continue sur  $[a, b]$ , dérivable sur  $]a, b[$   
et telle que  $f(a) = f(b)$ . Alors il existe un réel  $c \in ]a, b[$

{ tel que:  $f'(c) = 0$

### Interprétation géométrique



+ CLUB NAJAH+  
UCD.FS. ELJADIDA  
LE PRÉSIDENT

### Partie Exercice:

On considère la suite  $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$  telle que  $U_n > 0$ ,  $\forall n \in \mathbb{N}$   
et la suite  $(V_n)_{n \in \mathbb{N}}$  définie, pour tout entier naturel  $n$  par

$$V_n = \ln(U_n)$$

H. LAKRIMI



Pour tout entier naturel  $n$ , on pose :

$$S_n = V_0 + V_1 + V_2 + \dots + V_n, \quad P_n = U_0 \times U_1 \times \dots \times U_n.$$

1/ - Montrer que  $P_n = e^{S_n}$ .

on a :  $V_n = \ln(U_n)$ , pour tout  $n \in \mathbb{N}$ .

$$\text{Donc : } e^{S_n} = e^{V_0 + V_1 + \dots + V_n}.$$

$$= e^{V_0} \times e^{V_1} \times \dots \times e^{V_n}, \quad (\text{car : } a^{n+m} = a^n \cdot a^m)$$

$$= e^{\ln(U_0)} \times e^{\ln(U_1)} \times \dots \times e^{\ln(U_n)}, \quad (\text{car } V_n = \ln(U_n) \text{ } \forall n \in \mathbb{N})$$

$$= U_0 \times U_1 \times \dots \times U_n.$$

$$= P_n.$$

+CLUB NAJAH+  
UCD.FS.ELJADIDA  
LE PRÉSIDENT

$$\text{4c : } P_n = e^{S_n}.$$

2/ Pour tout entier naturel  $n$ , on considère la suite  $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$  telle que  $U_{n+1} = \sqrt{U_n}$  et  $U_0 = e$ .

a/ Montrer que  $(V_n)_{n \in \mathbb{N}}$  est une suite géométrique de raison  $1/2$  et calculer son premier terme.

$$\begin{aligned} \text{on a : } \frac{V_{n+1}}{V_n} &= \frac{\ln(U_{n+1})}{\ln(U_n)} \\ &= \frac{\ln(\sqrt{U_n})}{\ln(U_n)} \\ &= \frac{\ln(U_n^{1/2})}{\ln(U_n)} \\ &= \frac{1}{2} \frac{\ln(U_n)}{\ln(U_n)} \\ &= 1/2 \end{aligned}$$

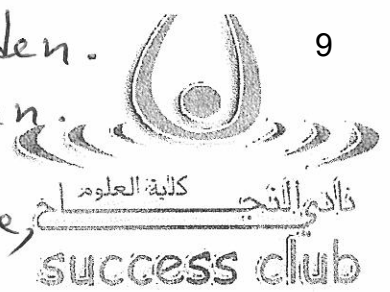
Donc  $(V_n)_{n \in \mathbb{N}}$  est une suite géométrique

de raison  $1/2$ , et on a :

$$\begin{aligned} V_0 &= \ln(U_0) \\ &= \ln(e) \\ &= 1. \end{aligned}$$

$$\text{D'où : } \boxed{V_0 = 1}$$

H. LAKRIMI



b) Donner l'expression de  $V_n$  en fonction de  $n$ .  
 et En déduire l'expression de  $U_n$  en fonction de  $n$ .

• Puis que  $(V_n)_{n \in \mathbb{N}}$  est une suite géométrique,  
 Alors: d'après le cours;

$$V_n = V_0 \cdot q^n, \text{ on } q: \text{raison de } (V_n)_{n \in \mathbb{N}}$$

$$\text{D'i: } \boxed{V_n = 1 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^n = \left(\frac{1}{2}\right)^n}$$

• Comme  $V_n = \ln(U_n)$ , Alors  $U_n = e^{V_n}$

$$\text{D'i: } U_n = e^{\left(\frac{1}{2}\right)^n}$$

+CLUB NAJAH+  
 UCD.FS.ELJADIDA  
 LE PRÉSIDENT

c) Exprimer  $S_n$  en fonction de  $n$ .

$$\text{on a: } S_n = V_0 + V_1 + \dots + V_n$$

or  $(V_n)_{n \in \mathbb{N}}$  est une suite géométrique de raison  $1/2$ .

$$\begin{aligned} \text{Alors: } S_n &= V_0 \cdot \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q} \\ &= \frac{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}}{1 - \frac{1}{2}} \\ &= \frac{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}}{\frac{1}{2}} \\ &= 2 \times \left(1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}\right) \end{aligned}$$

$$\boxed{S_n = 2 - \left(\frac{1}{2}\right)^n}$$

d) En déduire l'expression de  $P_n$  en fonction de  $n$ . 10

D'après 1) on a montré que  $P_n = e^{S_n}$ .

or d'après 2) c) -  $S_n = 2 - \left(\frac{1}{2}\right)^n$ .

D'où:  $P_n = e^{2 - \left(\frac{1}{2}\right)^n}$ .

e) Déterminons la limite de  $S_n$ . En déduire la limite de  $P_n$ .

• on a d'après la question 2) c) -  $S_n = 2 - \left(\frac{1}{2}\right)^n$ .

or d'après le cours:  $\lim_{n \rightarrow +\infty} a^n = \begin{cases} 1 & \text{si } a = 1 \\ 0 & \text{si } |a| < 1. \end{cases}$

ici  $a = \frac{1}{2} < 1$ .

D'où:  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^n = 0$

par suite:  $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n = 2$ .

\* CLUB NAJAH+  
UCD - FS - ELJADIDA  
LE PRESIDENT

or d'après 1)  $P_n = e^{S_n}$ .

D'où:  $\lim_{n \rightarrow +\infty} P_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} e^{S_n} = e^{\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n} = e^2$

$\lim_{n \rightarrow +\infty} P_n = e^2$

3) - pour tout entier naturel  $n$ , on considère la suite  $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$  telle que  $U_n = e^{2-n}$

a) calculons  $V_0, V_1, V_2$ .



$$V_0 = \ln(U_0) = \ln(e^{1-0}) \\ = \ln(e^1)$$

$$V_0 = 1$$

$$V_1 = \ln(U_1) = \ln(e^{1-1}) \\ = \ln(e^0) \\ = \ln(1)$$

$$V_1 = 0$$

$$V_2 = \ln(U_2) = \ln(e^{1-2}) \\ = \ln(e^{-1})$$

$$V_2 = -1$$

+CLUB NAJAH+  
UCO, FS, ELJADIDA  
LE PRÉSIDENT

b) Montrez que  $(V_n)_{n \in \mathbb{N}}$  est arithmétique, dont on calculera la raison.

$$V_{n+1} - V_n = \ln(U_{n+1}) - \ln(U_n) \\ = \ln(e^{1-(n+1)}) - \ln(e^{1-n}) \\ = 1 - (n+1) - (1 - n) \\ = 1 - n - 1 - 1 + n \\ = -1$$

D'où  $(V_n)_{n \in \mathbb{N}}$  est arithmétique de raison  $-1 = R$

c) Donnons  $V_n$  en fonction de  $n$ .

puisque  $(V_n)_{n \in \mathbb{N}}$  est arithmétique, Alors:  $V_n = V_0 + nR$

H. LAKRIMI

D'où:  $V_n = 1 + n(-2)$

c'est à dire  $V_n = 1 - 2n$ ,  $\forall n \geq 0$ .

d) Calculer  $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$ , ainsi que  $\lim_{n \rightarrow +\infty} V_n$ .

•  $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} e^{2-n}$

$= \lim_{n \rightarrow +\infty} e^2 \cdot e^{-n}$

$= e^2 \lim_{n \rightarrow +\infty} e^{-n}$

$= e^2 \times 0$ , [car  $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0$ ]

$\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = 0$

\*CLUB NAJAH\*  
UCD.FS.ELJADIDA  
LE PRESIDENT

•  $\lim_{n \rightarrow +\infty} V_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} (1 - 2n)$ , [car  $V_n = 1 - 2n$ ,  $\forall n$   
d'après 3) - c1.]  
 $= -\infty$ .

g) Déterminer un entier  $n_0$  tel que  $U_n \leq 10^{-4}$  dès que  
 $n \geq n_0$  ( $\ln(10) \approx 2,302$ )

$U_n \leq 10^{-4} \Leftrightarrow e^{1-n} \leq 10^{-4}$

$\Leftrightarrow 1 - n \leq \ln(10^{-4})$

$\Leftrightarrow 1 - n \leq -4 \ln(10)$

$\Leftrightarrow -n \leq -4 \ln(10) - 1$

$\Leftrightarrow n \geq 4 \ln(10) + 1$

$\Leftrightarrow n \geq 4 \times (2,302) + 1$ , car  $\ln(10) \approx 2,302$

$\Leftrightarrow n \geq 10,208$

on pose:  $n_0 = \lceil 10,208 \rceil + 1 \in \mathbb{N}$  H. LAKRIMI

Exercice 2: Soit la fonction définie par  $f(x) = 3x^4 - 11x^3 + 12x^2 - 4x + 2$

1) Calculons  $f(1)$ ,  $f(0)$

$$\begin{aligned} \bullet f(1) &= 3 \times (1)^4 - 11 \times (1)^3 + 12 \times (1)^2 - 4 \times (1) + 2 \\ &= 3 - 11 + 12 - 4 + 2 \\ &= 17 - 15 \end{aligned}$$

$$\boxed{f(1) = 2}$$

+CLUB NAJAH+  
UCD.FS.ELJADIDA  
LE PRÉSIDENT

$$\begin{aligned} \bullet f(0) &= 3 \times (0)^4 - 11 \times (0)^3 + 12 \times (0)^2 - 4 \times (0) + 2 \\ &= 0 + 2 \end{aligned}$$

$$\boxed{f(0) = 2}$$

2) Montrons en utilisant le théorème des accroissements finis que  $f'(x)$  s'annule au moins une fois sur  $]0, 1[$ .

• la fonction  $f$  est continue sur  $[0, 1]$ . Car  $f$  est un polynôme (les polynômes sont continus sur  $\mathbb{R}$  et  $[0, 1] \subset \mathbb{R}$ )

• la fonction  $f$  est dérivable sur  $]0, 1[$ . (Car  $f$  est un polynôme et les polynômes sont dérivables sur  $\mathbb{R}$  et  $]0, 1[ \subset \mathbb{R}$ .)

$\therefore 0 < 1$

T.A.F  $\rightarrow \exists c \in ]0, 1[$  tel que:  $f'(c) = \frac{f(1) - f(0)}{1 - 0}$

or  $f(1) = f(0) = 2$ , D'après la question 1)

par conséquent,  $\exists c \in ]0, 1[$  tel que  $f'(c) = 0$   
Donc, il existe au moins une solution de l'eqt  $f'(x) = 0$ .



Exercice 3: Soit la fonction  $f(x) = \frac{e^x - 1}{x}$  14

a) Donnons le domaine de définition de  $f$ .

$$D_f = \{x \in \mathbb{R} \mid x \neq 0\}$$

$$= \mathbb{R}^*$$

$$\mathbb{R}^* = \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

$$= ]-\infty, +\infty[ \setminus \{0\}$$

b) - Etudier la continuité de  $f$  sur son domaine de définition.

On sait que toute fonction est continue sur son domaine de définition.

D'où  $f$  est continue sur  $\mathbb{R}^*$ .

+CLUB NAJAH+  
UCD.FS.ELJADIDA  
LE PRÉSIDENT

Autrement,

la fct  $x \mapsto e^x - 1$  est continue sur  $\mathbb{R}^*$ .

la fct  $x \mapsto \frac{1}{x}$  est continue sur  $\mathbb{R}^*$ .

Donc la fonction  $x \mapsto \frac{e^x - 1}{x} = f(x)$  est continue sur  $\mathbb{R}^*$

entant que produit de deux fcts continues sur  $\mathbb{R}^*$ .

c) Montrer que  $f$  est prolongeable par continuité au point 0 et donner son prolongement  $g$ .

D'après la question b) -  $f$  est définie et continue sur  $\mathbb{R}^* = \mathbb{R} \setminus \{0\}$ .

$$\text{Mais: } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 1 \text{ existe}$$

Donc  $f$  est prolongeable par continuité en 0, et son prolongement

par suite:  $g$  est dérivable au point  $0$  et on a:  $g'(0) = \frac{1}{2}$ .

f1- Donner l'équation de la tangente de la fonction  $g$  au point  $0$ .

On sait que l'équation de la tangente d'une fonction  $h$  au point  $x_0$  s'écrit comme suit:

$$y = h'(x_0)(x - x_0) + h(x_0).$$

par suite l'éq. de la tangente de la fonction  $g$  au point  $0$

s'écrit:  $y = g'(0)(x - 0) + g(0)$

$$y = \frac{1}{2}(x) + 1$$

r.e

$$y = \frac{1}{2}x + 1$$

+CLUB NAJAH+  
UCD.FS.ELJADIDA  
LE PRÉSIDENT

st donna par:

$$g(x) = \begin{cases} f(x) & \text{si } x \neq 0 \\ 1 = \tilde{f}(0) & \text{si } x = 0. \end{cases}$$

d) Montres que  $g$  st dérivable au point 0.

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{g(x) - g(0)}{x - 0} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - 1}{x - 0} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - 1}{x} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{e^x - 1}{x} - 1}{x} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1 - x}{x^2} \end{aligned}$$

+ CLUB NAJAH+  
UCD.FS. ELJADIDA  
LE PRÉSIDENT

+ CLUB NAJAH+  
UCD.FS. ELJADIDA  
LE PRÉSIDENT

or: le développement limité de la fct  $x \mapsto e^x$  au voisinage de 0 st donné par:

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{6} + x^3 \varepsilon(x), \text{ avec } \lim_{x \rightarrow 0} \varepsilon(x) = 0$$

D'où:  $e^x - 1 - x = \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{6} + x^3 \varepsilon(x)$ , avec  $\lim_{x \rightarrow 0} \varepsilon(x) = 0$

Donc  $\frac{e^x - 1 - x}{x^2} = \frac{1}{2} + \frac{x}{6} + x \varepsilon(x)$ , avec  $\lim_{x \rightarrow 0} \varepsilon(x) = 0$

D'où:  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1 - x}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \left[ \frac{1}{2} + \frac{x}{6} + x \varepsilon(x) \right] = 1/2$

Donc:  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{g(x) - g(0)}{x - 0} = 1/2$ , existe



## Épreuve de Mathématiques

### Exercice n°1 :

- 1) On considère la suite  $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$  définie sur  $\mathbb{N}$  par  $U_0 = 4$  et pour tout  $n \in \mathbb{N}$  ;  $U_{n+1} = \frac{1}{3}U_n + \frac{2}{3}$
- Calculer  $U_1, U_2$ .
  - La suite  $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$  est-elle géométrique ? arithmétique ?
- 2) On définit la suite  $(V_n)_{n \in \mathbb{N}}$  en posant, pour tout  $n \in \mathbb{N}$  ;  $V_n = U_n - 1$
- Calculer  $V_0$
  - Exprimer  $V_{n+1}$  en fonction de  $V_n$
  - Exprimer  $V_n$  en fonction de  $n$
  - En déduire  $U_n$  en fonction de  $n$
  - $V_n$  est-elle convergente ? Quelle est la limite de  $V_n$  quand  $n$  tend vers  $+\infty$  ?
  - Déterminer la limite de  $U_n$ .
- 3) Pour tout entier  $n \in \mathbb{N}$  on pose  $T_n = V_0 + V_1 + \dots + V_n$  et  $S_n = U_0 + U_1 + \dots + U_n$
- Déterminer l'expression de  $T_n$  en fonction de  $n$
  - En déduire  $S_n$  en fonction de  $n$
  - Quelle est la limite de  $T_n$  quand  $n$  tend vers  $+\infty$  ?
  - En déduire la limite de  $S_n$  quand  $n$  tend vers  $+\infty$
- 4) Une suite bornée est-elle toujours convergente ? Justifier. La réciproque est-elle vraie ?

\*CLUB NAJAH+  
UCD.FS.ELJADIDA  
LE PRÉSIDENT

### Exercice n°2 :

Soit la fonction  $f(x) = \frac{\sqrt{1+x^2} - \sqrt{1-x^2}}{x}$

- Donner le domaine de définition de  $f$ .
- Étudier la continuité de  $f$  sur son domaine de définition.
- Montrer que  $f$  est prolongeable par continuité au point 0 et donner son prolongement  $g$ .
- Montrer que  $g$  est dérivable au point 0.
- Donner l'équation de la tangente de la fonction  $g$  au point 0.

### Exercice n°3 :

En utilisant le théorème des accroissements finis, montrer l'inégalité suivante :

$$\frac{1}{2\sqrt{b}} < \frac{\sqrt{b}-\sqrt{a}}{b-a} < \frac{1}{2\sqrt{a}} ; a \text{ et } b \text{ sont deux réels tels que } 0 < a < b$$



Correction De l'Épreuve  
De Mathématiques  
SVT 1, 2014-2015



LAKRIMI Hamza

Session Normal

Exercice N° 1:

1) On considère la suite  $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$  définie sur  $\mathbb{N}$  par :

$$\begin{cases} U_0 = 4 \\ U_{n+1} = \frac{1}{3} U_n + \frac{2}{3} \end{cases}, \text{ pour tout } n \in \mathbb{N}.$$

a) calculons  $U_1$  et  $U_2$ .

$$\begin{aligned} U_1 &= \frac{1}{3} U_0 + \frac{2}{3} \\ &= \frac{1}{3} \times 4 + \frac{2}{3} \\ &= \frac{4}{3} + \frac{2}{3} \\ &= \frac{6}{3} \end{aligned}$$

$$\boxed{U_1 = 2}$$

$$\begin{aligned} U_2 &= \frac{1}{3} U_1 + \frac{2}{3} \\ &= \frac{1}{3} \times 2 + \frac{2}{3} \\ &= \frac{2+2}{3} \\ &= \frac{4}{3} \end{aligned}$$

\*CLUB NAJAH+  
UCD.F.S. EL JADIDA  
LE PRÉSIDENT

b) la suite  $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$  est-elle géométrique ? arithmétique ?

Nous avons

$$\begin{aligned} U_0 &= 4 \\ U_1 &= 2 \\ U_2 &= \frac{4}{3} \\ U_3 &= \frac{10}{9} \end{aligned}$$

⇒ la suite  $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$  n'est ni géométrique, ni arithmétique.

en effet:

~~en effet:~~

LAKRIMI HAMZA

En effet:

$$\bullet) U_2 - U_0 = 2 - 4 = -2 \neq$$

$$\bullet) U_2 - U_1 = \frac{4}{3} - 2 = \frac{4-6}{3} = \frac{-2}{3}$$

$$\Rightarrow U_1 - U_0 \neq U_2 - U_1$$

Donc la suite  $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$  n'est pas arithmétique.

De même:

$$\bullet) \frac{U_1}{U_0} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$\bullet) \frac{U_2}{U_1} = \frac{\frac{4}{3}}{2} = \frac{4}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{U_1}{U_0} \neq \frac{U_2}{U_1}$$

Donc la suite  $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$  n'est pas géométrique.

2/- On définit la suite  $(V_n)_{n \in \mathbb{N}}$  en posant, pour tout  $n \in \mathbb{N}$

$$V_n = U_{n-1}.$$

a/- Calculons  $V_0$ :

$$V_0 = U_0 - 1 \\ = 4 - 1$$

$$\boxed{V_0 = 3}$$

+CLUB NAJAH+  
UCD.FS.ELJADIDA  
LE PRÉSIDENT

b/ Exprimez  $V_{n+1}$  en fonction de  $V_n$ .

$$\text{on a: } V_{n+1} = U_{n+1} - 1$$

$$\text{or } U_{n+1} = \frac{1}{3} U_n + \frac{2}{3}$$



Donc: 
$$V_{n+1} = \frac{1}{3} U_n + \frac{2}{3} - 1$$

$$= \frac{1}{3} U_n + \frac{2-3}{3}$$

$$= \frac{1}{3} U_n + \left( \frac{-1}{3} \right)$$

$$= \frac{1}{3} \left[ \underbrace{U_n - 1}_{V_n} \right]$$

$$\boxed{V_{n+1} = \frac{1}{3} V_n}$$

+CLUB NAJAH+  
UCD.FS.ELJADIDA  
LE PRÉSIDENT

c/ Exprimer  $V_n$  en fonction de  $n$ .

d'après 2/b- on a:  $V_{n+1} = \frac{1}{3} V_n$  pour tout  $n \in \mathbb{N}$ .

Donc:  $\frac{V_{n+1}}{V_n} = \frac{1}{3}$ , pour tout  $n \in \mathbb{N}$ .

D'où la suite  $(V_n)_{n \in \mathbb{N}}$  est géométrique de raison  $\frac{1}{3}$ .

par suite:  $V_n = V_0 \cdot q^n$  avec  $q$  est la raison de  $(V_n)_n$

Dès lors: 
$$\boxed{V_n = 3 \cdot \left( \frac{1}{3} \right)^n}$$

ou encore: 
$$V_n = 3 \cdot \frac{1}{3} \cdot \left( \frac{1}{3} \right)^{n-1}$$

$$V_n = \left( \frac{1}{3} \right)^{n-1}$$

d/ En déduire  $U_n$  en fonction de  $n$ .

on sait que  $V_n = U_n - 1$  pour tout  $n \in \mathbb{N}$

Donc:  $U_n = V_n + 1$  pour tout  $n \in \mathbb{N}$ .

or d'après c/  $V_n = 3 \cdot \left( \frac{1}{3} \right)^n$

D'ici:  $U_n = 3 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^n + 2$  pour tout  $n \in \mathbb{N}$

[Remarquons que:  $U_0 = 3 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^0 + 2 = 3 + 2 = 5$ ]

e)  $V_n$  est-elle convergente? Quelle est la limite de  $V_n$  quand  $n$  tend vers  $+\infty$ ?

On a:  $V_n = 3 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^n$ , pour tout  $n \in \mathbb{N}$  (d'après c)

or on sait que:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} a^n = \begin{cases} 1 & \text{si } a = 1 \\ 0 & \text{si } |a| < 1 \end{cases}$$

or, ici on a:  $\frac{1}{3} < 1$

Donc  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{3}\right)^n = 0$ .

Donc la suite  $(V_n)_{n \in \mathbb{N}}$  est convergente,

De plus:  $\lim_{n \rightarrow +\infty} V_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} 3 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^n = 0$

car:  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{3}\right)^n = 0$ .

f) Déterminons la limite de la suite  $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ .

on a:  $V_n = U_n - 2$ .

Donc:  $U_n = V_n + 2$ .

par suite:  $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} V_n + 2$

Donc:  $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = 2$



3) Pour tout entier  $n \in \mathbb{N}$ , on pose :

$$T_n = V_0 + V_1 + \dots + V_n.$$

$$S_n = U_0 + U_1 + \dots + U_n.$$

a) Déterminons l'expression de  $T_n$  en fonction de  $n$ .

puisque la suite  $(V_n)_{n \in \mathbb{N}}$  est géométrique, Alors :

$$T_n = \text{premier terme} \times \frac{q^{(\text{nombre de termes})} - 1}{q - 1}.$$

D'où :  $T_n = V_0 \cdot \frac{q^{n+1} - 1}{q - 1}$ , avec le raison de la suite  $(V_n)_{n \in \mathbb{N}}$ .

on en tire :

$$T_n = V_0 \cdot \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q}.$$

par conséquent :  $T_n = 3 \cdot \frac{1 - (1/3)^{n+1}}{1 - \frac{1}{3}}$

+CLUB NAJAH+  
UCD.FS.ELJADIDA  
LE PRÉSIDENT

$$= 3 \times \frac{1 - (1/3)^{n+1}}{3 - 2}$$

$$= 3 \times \frac{3}{2} \cdot \left[ 1 - (1/3)^{n+1} \right]$$

$T_n = \frac{9}{2} \left( 1 - (1/3)^{n+1} \right)$	pour tout $n \in \mathbb{N}$ .
----------------------------------------------------	--------------------------------

b) En déduire  $S_n$  en fonction de  $n$ .

on a :  $V_n = U_{n-1}$ , pour tout  $n \in \mathbb{N}$ .



Donc:  $V_0 = U_0 - 1$

$$V_1 = U_1 - 1$$

$$V_2 = U_2 - 1$$

$$V_3 = U_3 - 1$$

⋮

$$V_n = U_n - 1$$

+CLUB NAJAH+  
UCD.FS.ELJADIDA  
LE PRÉSIDENT



$$V_0 + V_1 + V_2 + V_3 + \dots + V_n = U_0 - 1 + U_1 - 1 + \dots + U_n - 1$$

$$= T_n$$

D'in:  $T_n = \underbrace{U_0 + U_1 + U_2 + \dots + U_n}_{S_n} - \underbrace{1 - 1 - 1 \dots - 1}_{(n+1)\text{-fois}}$

Donc:  $T_n = S_n - (n+1)$

par conséquent:  $S_n = T_n + (n+1)$

or  $T_n = \frac{9}{2} \left( 1 - \left( \frac{1}{3} \right)^{n+1} \right)$

Donc:  $S_n = \frac{9}{2} \left( 1 - \left( \frac{1}{3} \right)^{n+1} \right) + (n+1)$ , pour tout  $n \in \mathbb{N}$ .

et quelle est la limite de  $T_n$  quand  $n$  tend vers  $+\infty$ .

on a d'après la question 3/a-

$$T_n = \frac{9}{2} \left( 1 - \left( \frac{1}{3} \right)^{n+1} \right)$$

or  $\frac{1}{3} < 1$ , donc:  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left( \frac{1}{3} \right)^{n+1} = 0$ .

par suite:  $\lim_{n \rightarrow +\infty} T_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{g}{2} \left( 1 - \left(\frac{1}{3}\right)^{n+1} \right)$  25

$$\boxed{\lim_{n \rightarrow +\infty} T_n = \frac{g}{2}}$$



[www.facebook.com/succes.club](http://www.facebook.com/succes.club)

d) En déduire la limite de  $S_n$  ~~en fonction de~~ ~~g~~ quand  $n$  tend vers  $+\infty$ .

on a déjà montré que  $S_n = T_n + (n+1)$   
(Voir la réponse de la question 3/b-)

Donc: 
$$\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} T_n + \lim_{n \rightarrow +\infty} (n+1)$$
  
$$= \frac{g}{2} + \lim_{n \rightarrow +\infty} (n+1)$$

$$\boxed{\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n = +\infty}$$

+CLUB NAJAH+  
UCD.FS.ELJADIDA  
LE PRÉSIDENT

4) Une suite bornée n'est pas toujours convergente.

En effet: la suite  $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$  définie par:  $U_n = (-1)^n$   
pour tout  $n \in \mathbb{N}$  est bornée mais n'est pas  
convergente.

$\forall n \in \mathbb{N}$ , on a:  $-1 \leq (-1)^n \leq 1$ .  $\left( \begin{array}{l} (U_n)_{n \in \mathbb{N}} \\ \text{est bornée} \end{array} \right)$

Mais: si on prend deux s.s. - suite extraite:  $U_{2n}$ ,  $U_{2n+1}$

$$U_{2n} = (-1)^{2n} = ((-1)^2)^n = 1^n = 1 \longrightarrow 1$$

$$U_{2n+1} = (-1)^{2n+1} = (-1)^{2n} \times (-1) = 1 \times (-1) = -1 \longrightarrow -1$$

Donc la suite  $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$  n'est pas convergente.  $\square$

La réciproque est-elle vraie? oui

C'est à dire: si une suite  $(w_n)_{n \in \mathbb{N}}$  est convergente  
est-ce que  $(w_n)_{n \in \mathbb{N}}$  est bornée??

Si  $(w_n)_{n \in \mathbb{N}}$  est convergente vers  $l \in \mathbb{R}$ .

alors:  $\forall \varepsilon > 0; \exists N_0 \in \mathbb{N}, \forall n \geq N_0, |w_n - l| < \varepsilon$ .

Donc:  $\forall \varepsilon > 0, \exists N_0 \in \mathbb{N}, \forall n \geq N_0, -\varepsilon < w_n - l < \varepsilon$

Déjà lors:  $\forall \varepsilon > 0, \exists N_0 \in \mathbb{N}, \forall n \geq N_0, \underbrace{-\varepsilon + l}_{\text{minore}} < w_n < \underbrace{\varepsilon + l}_{\text{majore}}$

Bornée.

+CLUB NAJAH+  
UCD.FS.ELJADIDA  
LE PRÉSIDENT

Exercice N° 2:

Soit la fonction  $f$  définie par:

$$f(x) = \frac{\sqrt{1+x^2} - \sqrt{1-x^2}}{x}$$

a) Donner le domaine de définition de  $f$ .

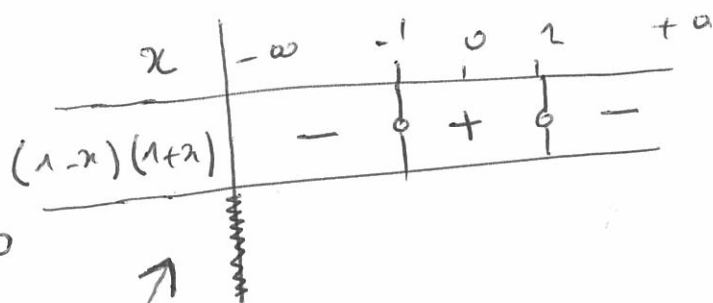
$$D_f = \{x \in \mathbb{R} \mid 1+x^2 \geq 0 \text{ et } 1-x^2 \geq 0 \text{ et } x \neq 0\}$$

on a:  $\forall x \in \mathbb{R}; 1+x^2 \geq 1 \geq 0$ .

$$x \in D_f \Leftrightarrow \begin{cases} 1-x^2 \geq 0 \\ \text{et } x \neq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (1-x)(1+x) \geq 0 \\ \text{et } x \neq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow x \in [-1, 1]$$





success club  
www.facebook.com/succes.club

$x \in D_f \Leftrightarrow x \in [-1, 1] \setminus \{0\}$ .  
par suite:  $D_f = [-1, 1] \setminus \{0\}$ .

b) Etudions la continuité de la fonction  $f$  sur son domaine de définition.

" On sait que toute fonction est continue sur son domaine de définition. "

Donc  $f$  est continue sur  $D_f = [-1, 1] \setminus \{0\}$ .

~~$f$  est elle continue ?~~

Autrement,

+CLUB NAJAH+  
UCD.FS.ELJADIDA  
LE PRÉSIDENT

la fonction  $x \mapsto \sqrt{x}$  est continue sur  $[-1, 1] \setminus \{0\}$

" "  $x \mapsto 1+x^2$  " " " "

" "  $x \mapsto \sqrt{1+x^2}$  est continue sur  $[-1, 1] \setminus \{0\}$   
en tant que composée de deux  
fonction continue sur  $[-1, 1] \setminus \{0\}$

la fonction  $x \mapsto \sqrt{1-x^2}$  est continue sur  $[-1, 1] \setminus \{0\}$

la fonction  $x \mapsto \sqrt{1-x^2}$  " " " "  
en tant que composée de deux  
fonction continue sur  $[-1, 1] \setminus \{0\}$

la fonction  $x \mapsto \frac{1}{x}$  est continue sur  $[-1, 1] \setminus \{0\}$

la fonction:  $x \mapsto \sqrt{1+x^2} - \sqrt{1-x^2}$  est continue sur  $[-1, 1] \setminus \{0\}$   
en tant que somme de deux fonction  
continue sur  $[-1, 1] \setminus \{0\}$

H. LAKRIMI

D'ici la fonction  $f$  est continue sur  $[-1, 1] \setminus \{0\}$ <sup>28</sup>  
 en tant que produit de deux fonctions  
 continue sur  $[-1, 1] \setminus \{0\}$ .

c/ Montrer que  $f$  est prolongeable par continuité  
 au point 0 et donner son prolongement  $g$ . □

D'après la question b) - la fonction  $f$  est continue  
 sur  $[-1, 1] \setminus \{0\}$  et on a:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x^2} - \sqrt{1-x^2}}{x^2} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\sqrt{1+x^2} - \sqrt{1-x^2})(\sqrt{1+x^2} + \sqrt{1-x^2})}{x(\sqrt{1+x^2} + \sqrt{1-x^2})} \end{aligned}$$

\*CLUB NAJAH\*  
 UCD.FS.ELJADIDA  
 LE PRESIDENT

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1+x^2 - (1-x^2)}{x(\sqrt{1+x^2} + \sqrt{1-x^2})}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x^2}{x(\sqrt{1+x^2} + \sqrt{1-x^2})}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x}{\sqrt{1+x^2} + \sqrt{1-x^2}}$$

$$= \frac{2 \times 0}{\sqrt{1+0} + \sqrt{1-0}}$$

$$= 0$$



Donc  $f$  est prolongeable par cont. mite en  $0$

D'un son prolongement est définie par :

$$g(x) = \begin{cases} f(x) & , \text{ si } x \in [-1, 1] \setminus \{0\} \\ 0 & , \text{ si } x = 0 \end{cases}$$

Il faut prouver que  $g$  est dérivable en  $0$ .

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{g(x) - g(0)}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - 0}{x - 0}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x^2} - \sqrt{1-x^2}}{x^2}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\sqrt{1+x^2} - \sqrt{1-x^2})(\sqrt{1+x^2} + \sqrt{1-x^2})}{x^2 (\sqrt{1+x^2} + \sqrt{1-x^2})}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1+x^2 - (1-x^2)}{x^2 (\sqrt{1+x^2} + \sqrt{1-x^2})}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x^2}{x^2 (\sqrt{1+x^2} + \sqrt{1-x^2})}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2}{\sqrt{1+x^2} + \sqrt{1-x^2}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2}{\sqrt{1+0} + \sqrt{1-0}}$$

$$= \frac{2}{2} = 1.$$

Finattement:  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{g(x) - g(0)}{x - 0} = 1 \in \mathbb{R}$

Donc  $g$  est dérivable au point 0 et on a:  $g'(0) = 1$

e/ Donner l'équation de la tangente de la fonction  $g$  au point 0.

L'équation de la tangente de la fonction  $g$  au point 0 s'écrit comme suit:

$$y = g'(0)(x - 0) + g(0)$$

$$y = 1x(x - 0) + 0$$

$$\boxed{y = x}$$

+CLUB NAJAH+  
UCD.FS.ELJADIDA  
LE PRÉSIDENT

### Exercice N° 3:

En utilisant le théorème de l'accroissement finis, montrer l'inégalité suivante:

$$\frac{1}{2\sqrt{b}} < \frac{\sqrt{b} - \sqrt{a}}{b - a} < \frac{1}{2\sqrt{a}}, \quad a \text{ et } b \text{ sont deux réels tels que}$$

Rappel: (théorème de l'accroissement finis)  $0 < a < b$   
T.A.F

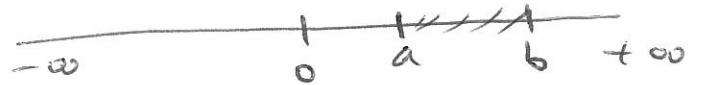
•  $f$  continue sur  $[a, b]$

•  $f$  dérivable sur  $]a, b[$ .

$$\implies \exists c \in ]a, b[ \text{ tel que : } f'(c) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$

on pose:  $f(t) = \sqrt{t}$

- la fonction  $f$  est continue sur  $[a, b]$ , [car  $f$  est continue sur  $\mathbb{R}^+$  et  $[a, b] \subset \mathbb{R}^+$ ]



- la fonction  $f$  est dérivable sur  $]a, b[$ , (car  $f$  est dérivable sur  $\mathbb{R}^+$  et  $]a, b[ \subset \mathbb{R}^+$ )

↳ T.A.F  $\exists c \in ]a, b[, \text{ tel que: } f'(c) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$

c'est à dire  $\exists c \in ]a, b[ \text{ tel que: } f'(c) = \frac{\sqrt{b} - \sqrt{a}}{b - a}$  (\*)

$$\text{or } a < c < b$$

Donc  $\sqrt{a} < \sqrt{c} < \sqrt{b}$  [car la fonction

Du  $2\sqrt{a} < 2\sqrt{c} < 2\sqrt{b}$   $x \mapsto \sqrt{x}$  est  $\uparrow$  croissante]

$$\text{Dés lors: } \frac{1}{2\sqrt{b}} < \frac{1}{2\sqrt{c}} < \frac{1}{2\sqrt{a}} \quad \textcircled{1}$$

$$\text{Mais: } f'(t) = \frac{1}{2\sqrt{t}}$$

$$\text{Donc: } f'(c) = \frac{1}{2\sqrt{c}} \quad \textcircled{2}$$

$\textcircled{1}$  et  $\textcircled{2}$  impl. que que:

$$\frac{1}{2\sqrt{b}} < f'(c) < \frac{1}{2\sqrt{a}}$$

$$\text{(*) implique que: } \frac{1}{2\sqrt{b}} < \frac{\sqrt{b} - \sqrt{a}}{b - a} < \frac{1}{2\sqrt{a}}$$

+CLUB NAJAH+  
UCD.FS.ELJADIDA  
LE PRÉSIDENT

**Examen de rattrapage Physique**

Durée : 1h30

**Optique**

- A)- On considère une lentille mince divergente de distance focale objet  $f = 12 \text{ cm}$  et un objet virtuel placé sur l'axe optique à  $6 \text{ cm}$  de la lentille.
1. Faire un schéma correspondant à l'énoncé.
  2. Rappeler la relation de conjugaison et l'expression du grandissement transversal de ce système optique.
  3. Déterminer la position et la nature de l'image (réelle ou virtuelle).
  4. Calculer le grandissement transversal et déterminer les caractéristiques de l'image (droite ou inversée, agrandie ou réduite).
- B)- On considère maintenant un miroir convexe de rayon de courbure  $R = +12 \text{ cm}$  et un objet virtuel placé à  $4 \text{ cm}$  du sommet S du miroir.
- Répondre aux mêmes questions que celles de la partie A)

**Physique Nucleaire**

Le polonium  ${}_{84}^{210}\text{Po}$  est radioactif  $\alpha$  de période  $T = 138$  jours.

1. Donner la définition d'un noyau radioactif.
2. Ecrire l'équation de désintégration d'un noyau de  ${}_{84}^{210}\text{Po}$  en précisant les lois utilisées (on suppose que le noyau fils est dans son état fondamental).
3. Donner la définition de la période d'un noyau radioactif.
4. Rappeler la loi de décroissance radioactive  $N = N(t)$  en précisant la signification de chacun des termes.
5. L'activité  $A(t)$  d'une source radioactive vérifie :  $A(t) = -\frac{dN(t)}{dt}$ . Montrer en utilisant la loi  $N = N(t)$  de la question 4., que l'activité  $A(t)$  est proportionnelle au nombre  $N(t)$  de noyaux radioactifs présents dans cette source.
6. Déterminer la valeur de la constante radioactive  $\lambda$  en  $\text{s}^{-1}$  du polonium 210.
7. Déterminer le nombre  $N$  de noyaux présents dans une masse  $m = 1,0 \text{ g}$  de polonium 210 et calculer l'activité de cette masse.

Données : Quelques éléments :  ${}_{81}\text{Tl}$  ;  ${}_{82}\text{Pb}$  ;  ${}_{83}\text{At}$  ;  ${}_{85}\text{Tl}$  ;  ${}_{86}\text{Rn}$

Masse molaire atomique :  $M({}^{210}\text{Po}) = 210 \text{ g.mol}^{-1}$

Nombre d'Avogadro :  $\mathcal{N} = 6,022 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$

\*CLUB NAJAH\*  
UCD.FS.ELJADIDA  
LE PRÉSIDENT

### Thermodynamique

On fait subir à deux moles de gaz parfait diatomique ( $\gamma = 1,4$ ), initialement dans l'état d'équilibre A ( $P_A = 6 \text{ bar}$ ,  $V_A = 30 \text{ l}$ ,  $T_A = 450 \text{ K}$ ), le cycle réversible suivant :

- une détente isochore, amenant le gaz de l'état A à l'état B ( $P_B = 3 \text{ bar}$ ,  $V_B$ ,  $T_B$ );
- une compression isotherme de l'état B à l'état C ( $P_C$ ,  $V_C$ ,  $T_C$ ) qui ramène le gaz à sa pression initiale  $P_A$ ;
- une détente isobare de l'état C à l'état initial A.

1. Calculer les températures  $T_A$ ,  $T_B$  et le volume  $V_C$ .
2. Représenter le cycle dans le diagramme de Clapeyron.
3. Calculer les capacités thermiques  $C_V$  et  $C_P$  de ces deux moles.
4. Calculer la variation d'énergie interne, d'enthalpie ainsi que le travail et la quantité de chaleur échangés pour chaque étape et pour le cycle.
5. Commenter le signe du travail total  $W_{\text{cycle}}$ .

Donnée : Constante des gaz parfaits :  $R = 8,31 \text{ J.K}^{-1}.\text{mol}^{-1}$



*N'oublier pas de préciser l'unité d'un résultat (quand il en a)  
Sinon, la note de la question correspondante sera divisée par 2*

Correction d'Examen  
Rattrapage Automne 2015  
Filière SAT

optique

A) 1)

$$2) \frac{1}{OA'} - \frac{1}{OA} = \frac{1}{OF'}$$

$$\gamma = \frac{\overline{AB'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}$$

$$3) \frac{1}{OA'} = \frac{1}{OF'} + \frac{1}{OA} = \frac{OA + OF'}{OF' \cdot OA}$$

$$\overline{OA'} = \frac{\overline{OF'} \cdot \overline{OA}}{\overline{OA} + \overline{OF'}} = 12 \text{ cm}$$

$$\begin{cases} \overline{OF'} = -12 \text{ cm} \\ \overline{OA} = 6 \text{ cm} \end{cases}$$

Image réelle

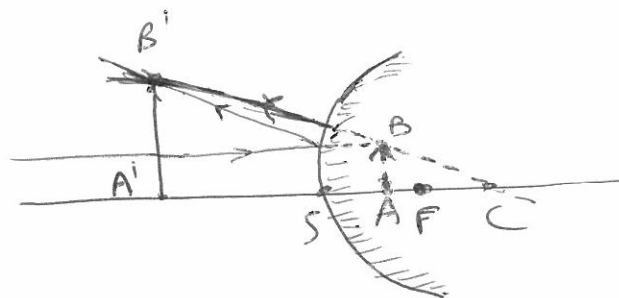
$$4) \gamma = \frac{\overline{AB'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} = 2$$

l'image est droite et agrandie : 2 fois plus grand que l'objet

B) 1)

$$2) \frac{1}{SA'} + \frac{1}{SA} = \frac{2}{SC}$$

$$\gamma = \frac{\overline{AB'}}{\overline{AB}} = - \frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}}$$



page 2





$$6) \quad \lambda = \frac{\ln(2)}{T} = \frac{\ln(2)}{138 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 3600}$$

$$\lambda = 1,59 \cdot 10^{-10} \text{ s}^{-1}$$

+ CLUB NAJAH+  
UCD.FS. ELJADIDA  
LE PRÉSIDENT

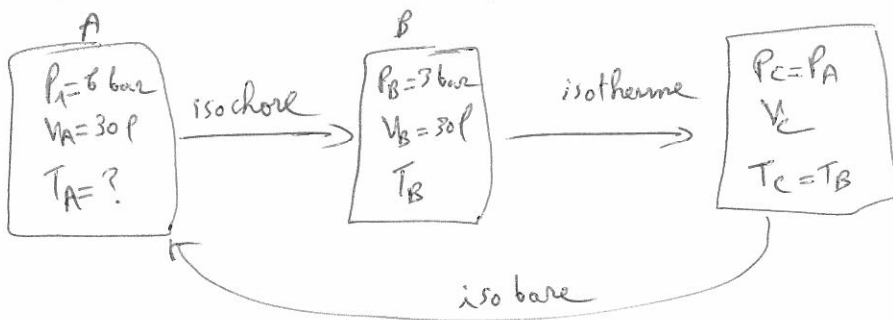
$$7) \quad \eta = \frac{m}{M\left(\frac{210}{84}P_0\right)} = \frac{N}{N}$$

$$\frac{m \cdot N}{M\left(\frac{210}{84}P_0\right)} = N \Rightarrow N = 2,87 \cdot 10^{21} \text{ noyaux}$$

$$A_k = \lambda \cdot N = 2,87 \cdot 10^{21} \cdot 1,59 \cdot 10^{-10}$$

$$A = 4,5633 \cdot 10^{11} \text{ Bq}$$

Thermodynamique :  $n = 2 \text{ moles}$  ;  $\gamma = 1,4$

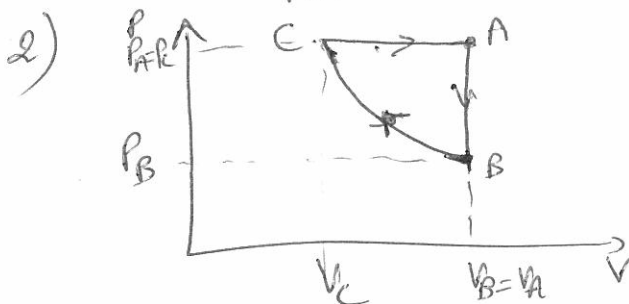


$$1) \quad P_A V_A = nR T_A \Rightarrow T_A = \frac{P_A V_A}{nR} = 1097,11 \text{ K}$$

$$T_B = \frac{P_B V_B}{nR} = 548,56 \text{ K}$$

$$V_C = \frac{nR T_C}{P_C} = 0,015 \text{ m}^3$$

+ CLUB NAJAH+  
UCD.FS. ELJADIDA  
LE PRÉSIDENT



$$3) \quad C_V = \frac{nR}{\gamma - 1} = 41,55 \text{ J/K}$$

$$C_P = \frac{nR\gamma}{\gamma - 1} = 58,17 \text{ J/K}$$

4) transformation A → B isochore

$$\Delta U_{AB} = C_V (T_B - T_A) = -22792,5 \text{ J}$$

$$\Delta H_{AB} = C_P (T_B - T_A) = -31909,5 \text{ J}$$

$$W_{AB} = \int -P dV = 0$$

$$Q_{AB} = \Delta U_{AB} = -22792,5 \text{ J}$$

transformation B → C isotherme

$$\Delta U_{BC} = C_V (T_C - T_B) = 0$$

$$\Delta H_{BC} = C_P (T_C - T_B) = 0$$

$$W = -nRT \ln\left(\frac{V_C}{V_B}\right) = 6319,42 \text{ J}$$

$$Q = -W = -6319,42 \text{ J}$$

transformation C → A isobare

$$\Delta U_{CA} = C_V (T_A - T_C) = 22792,5 \text{ J}$$

$$\Delta H_{CA} = C_P (T_A - T_C) = 31909,5 \text{ J}$$

$$W = -P_C (V_A - V_C) = -9117 \text{ J}$$

$$Q = \Delta H_{CA} = C_P (T_A - T_C) = 31909,5 \text{ J}$$

$$5) \quad W_{\text{cycle}} = W_{AB} + W_{BC} + W_{CA} = -2797,57 \text{ J}$$

$W_{\text{cycle}} < 0$  représente un cycle moteur

+CLUB NAJAH+  
UCD.FS.ELJADIDA  
LE PRÉSIDENT

Examen de Physique

Durée : 1h30

Optique

On considère un objet réel AB perpendiculaire à l'axe optique et de hauteur 2 cm.

A)- L'objet AB est placé à 12 cm du sommet S d'un miroir sphérique concave de rayon de courbure  $R = -6$  cm.

1. Faire un schéma correspondant à l'énoncé.
2. Rappeler la relation de conjugaison et l'expression du grandissement transversal.
3. Déterminer la position et la nature de l'image de l'objet AB.
4. Calculer le grandissement transversal et déterminer les caractéristiques de l'image.

B)- L'objet AB est placé maintenant à 12 cm du centre optique O d'une lentille divergente de foyer image  $f' = \overline{OF'} = -6$  cm.

Répondre aux mêmes questions que précédemment.

Physique nucléaire

+ CLUB NAJAH+  
 UCD.FS. EL JADIDA  
 LE PRÉSIDENT

Le noyau d'uranium  ${}_{92}^{238}\text{U}$  se désintègre spontanément par radioactivité  $\alpha$ . Le noyau fils obtenu est le thorium de symbole Th.

1. Qu'est-ce qu'un noyau radioactif ?
2. Ecrire l'équation de désintégration en précisant les lois utilisées.

Le noyau de thorium obtenu par la désintégration précédente est radioactif est sa période est  $T = 24, 1$  j. Il se désintègre à son tour en donnant naissance à un noyau de protactinium  ${}_{91}^{234}\text{Pa}$ .

3. Ecrire l'équation de désintégration en précisant le type de radioactivité correspondant et en nommant les deux particules accompagnant la formation du noyau  ${}_{91}^{234}\text{Pa}$ .
4. Calculer la perte de masse  $\Delta m$  de la réaction de désintégration du thorium et en déduire l'énergie  $Q$  libérée par cette réaction.
5. A l'instant  $t = 0$ , on dispose d'une source radioactive de thorium de masse  $m_0$ .
  - a)- Calculer la constante radioactive  $\lambda$  en  $\text{j}^{-1}$ .
  - b)- Rappeler la loi de décroissance radioactive faisant intervenir la masse.
  - c)- Quelle est la masse de thorium restant (en fonction de  $m_0$ ) au bout de 72, 3 j ?
  - d)- Au bout de combien de jours, 90% de la masse initiale de thorium sera-t-elle désintégrée ?

Données :

Noyau ou particule	${}_{90}^{234}\text{Th}$	${}_{91}^{234}\text{Pa}$	${}_{-1}^0\text{e}$ ou ${}_{+1}^0\text{e}$
masse en uma	233,99428	233,99346	0,00055

$$1 \text{ j} = 1 \text{ jour}; 1 \text{ uma} = 931.5 \text{ MeV}/c^2$$

Thermodynamique
-----------------

On fait subir à une mole ( $n = 1$ ) de gaz parfait monoatomique ( $\gamma = 5/3$ ), initialement dans l'état d'équilibre A ( $P_A = 1$  bar,  $V_A$ ,  $T_A = 301$  K), le cycle réversible suivant :

- une compression isotherme amenant le gaz de l'état A à l'état B ( $P_B = 5$  bar,  $V_B$ ,  $T_B$ ) ;
- une détente isobare de l'état B à l'état C ( $P_C$ ,  $V_C$ ,  $T_C$ ) qui ramène le gaz à son volume initial ;
- enfin, une transformation isochore de l'état C à l'état initial A.

1. Calculer les volumes  $V_A$ ,  $V_B$  et la température  $T_C$ .
2. Représenter le cycle dans le diagramme de Clapeyron.
3. Calculer les capacités thermiques  $C_V$  et  $C_P$  de cette mole.
4. Calculer la variation d'énergie interne, d'enthalpie ainsi que le travail et la quantité de chaleur échangés pour chaque étape et pour le cycle.
5. Commenter le signe du travail total  $W_{\text{cycle}}$ .

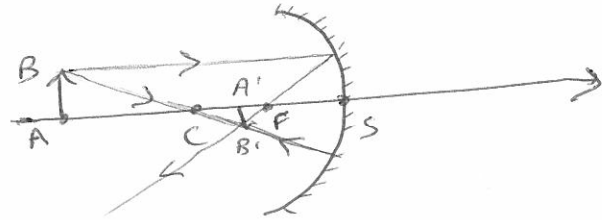
Donnée : Constante des gaz parfaits :  $R = 8,31 \text{ J.K}^{-1}.\text{mol}^{-1}$



<p><i>N'oublier pas de préciser l'unité d'un résultat (quand il en a)</i></p> <p><i>Sinon, c'est des points de moins</i></p>
------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Optique

A) 1)



$$2) \quad \frac{1}{SA'} + \frac{1}{SA} = \frac{2}{SC}$$

$$\gamma = \frac{A'B'}{AB} = -\frac{SA'}{SA}$$

+CLUB NAJAH+  
UCD, FS, ELJADIDA  
LE PRÉSIDENT

$$3) \quad \frac{1}{SA'} + \frac{1}{SA} = \frac{2}{SC} \Rightarrow \frac{1}{SA'} = \frac{2}{SC} - \frac{1}{SA} = \frac{2SA - SC}{SC \cdot SA}$$

$$SA' = \frac{SC \cdot SA}{2SA - SC} = -4 \text{ cm} ; \begin{cases} SA = -12 \text{ cm} \\ SC = -6 \text{ cm} \end{cases}$$

la nature de l'image est réelle

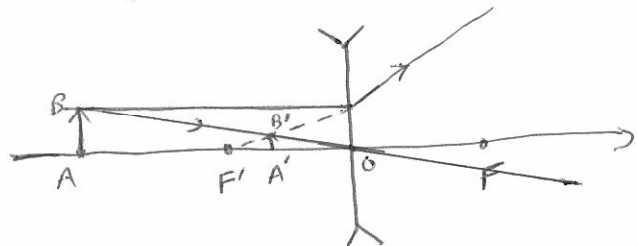
$$4) \quad \gamma = -\frac{SA'}{SA} = -\frac{4}{12} = -\frac{1}{3}$$

l'image est renversé est 3 fois plus petite que l'objet

B) 1)

$$2) \quad \frac{1}{OA'} = \frac{1}{OA} = \frac{1}{OF'}$$

$$\gamma = \frac{A'B'}{AB} = \frac{OA'}{OA}$$



page 2



3)

$$\frac{1}{\overline{OA'}} = \frac{1}{\overline{OF'}} + \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{\overline{OA} + \overline{OF'}}{\overline{OA} \cdot \overline{OF'}}$$

$$\text{donc } \overline{OA'} = \frac{\overline{OA} \cdot \overline{OF'}}{\overline{OA} + \overline{OF'}} = -4$$

Image réelle

$$\begin{cases} \overline{OA} = 12 \text{ cm} \\ \overline{OF'} = -6 \text{ cm} \end{cases}$$

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} = \frac{-4}{-12} = \frac{1}{3}$$

+CLUB NAJAH+  
UCD.FS.ELJADIDA  
LE PRÉSIDENT

l'image est droite est 3 fois plus petite que l'objet

physique nucléaire  ${}_{92}^{238}\text{U}$

1) un noyau radioactif émet spontanément des particules ( $\alpha, \beta, \gamma, \dots$ ) ou des rayonnements ( $\alpha, \dots$ )



en utilisant les lois de conservation de nombre de masse  $A$  et nombre de proton  $Z$  et le nombre de neutron  $N$



le type de cette désintégration est  $\beta^-$

$$\begin{aligned} 4) \quad \Delta m &= \left[ m({}_{92}^{238}\text{U}) - m({}_{91}^{234}\text{Pa}) - m({}_{-1}^0\text{e}) \right] \\ &= \left[ 0,00055 - 233,99346 + 233,99488 \right] \\ &= 2,7 \cdot 10^{-4} \text{ u.m.a} \end{aligned}$$

$$\Delta m = 0,25 \text{ MeV}/c^2$$

$$Q = \Delta m \cdot c^2 = 0,25 \text{ MeV}$$

+CLUB NAJAH+  
UCD.FS.ELJADIDA  
LE PRÉSIDENT

5):

$$a) \lambda = \frac{\ln(2)}{T_{1/2}}$$

$$\lambda = 0,0287 \text{ j}^{-1}$$

$$b) m(t) = m_0 e^{-\lambda t}$$

$$c) m(72,3 \text{ j}) = m_0 e^{-\lambda \cdot (72,3)}$$

la masse restant à 72,3 j est

$$m_{\text{reste}} = m_0 e^{-(0,0287)(72,3)} = 0,125 m_0$$

d)

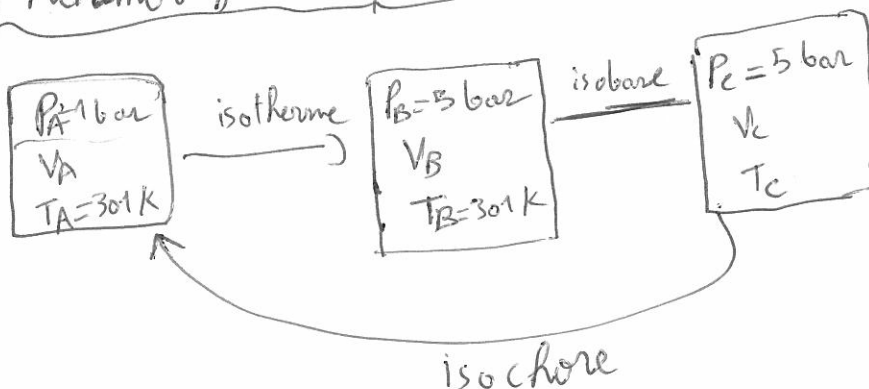
$$\frac{m_0 - m(t)}{m_0} = 90\%$$

$$\frac{m_0 (1 - e^{-\lambda t})}{m_0} = 0,90 \Rightarrow 1 - e^{-\lambda t} = 0,90$$

$$\text{donc } e^{-\lambda t} = 0,10 \Rightarrow -\lambda t = \ln(0,10)$$

$$t = \frac{-\ln(0,10)}{\lambda} = 80,23 \text{ j}$$

Thermodynamique:  $n = 1 \text{ mole}$ ,  $\gamma = \frac{5}{3}$



$$1) \quad \underline{V_A = ?} \quad ; \quad P_A V_A = n R T_A$$

$$V_A = \frac{n R T_A}{P_A} = 0,0247 \text{ m}^3$$

$\underline{V_B = ?}$  la transformation de  $A \rightarrow B$  isotherme

$$T_A = T_B = 301 \text{ K}$$

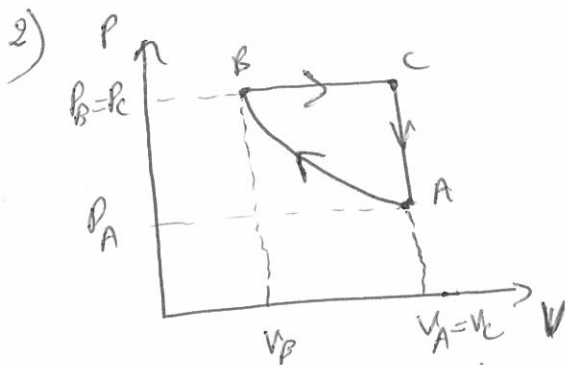
$$V_B = \frac{n R T_B}{P_B} = \frac{n R T_A}{P_B} = 493 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$$

$$\underline{T_C = ?}$$

la transformation de  $B \rightarrow C$  isobare  $P_B = P_C$

la transformation de  $C \rightarrow A$  isochore  $V_C = V_A$

$$T_C = \frac{P_C \cdot V_C}{n R} = \frac{5 \cdot 1,013 \cdot 10^5 \cdot 0,0247}{8,31} = 1505$$



3)

$$C_V = \frac{n R}{\gamma - 1} = 12,45 \text{ J/K}$$

$$C_P = \frac{n R \gamma}{\gamma - 1} = 20,77 \text{ J/K}$$

+ CLUB NAJAH+  
UCD.FS. ELJADIDA  
LE PRÉSIDENT

4) transformation  $A \rightarrow B$

$$\Delta U_{A \rightarrow B} = C_V (T_f - T_i) = C_V (T_B - T_A) = 0 \quad \text{car } T_A = T_B$$

$$\Delta H_{A \rightarrow B} = C_P (T_f - T_i) = C_P (T_B - T_A) = 0$$

$$W_{AB} = \int_i^f P dV = -nRT \int_i^f \frac{dV}{V} = -nRT \ln\left(\frac{V_B}{V_A}\right) = 4025,7 \text{ J}$$

$$Q_{AB} = -W_{AB} = -4025,7 \text{ J} \quad \text{car } \Delta U_{AB} = W_{AB} + Q_{AB} = 0$$

transformation  $B \rightarrow C$

$$\Delta U_{BC} = C_V (T_C - T_B) = 12,45 (1505 - 301)$$

$$\Delta U_{BC} = 15007,86 \text{ J}$$

$$\Delta H_{BC} = C_P (T_C - T_B) = 25013,1 \text{ J}$$

$$Q_{BC} = \Delta H_{BC} \quad \text{car la transformation } B \rightarrow C \text{ isobare}$$

$$Q_{BC} = 25013,1 \text{ J}$$

$$W_{BC} = \int_B^C -P dV = -P \int_B^C dV = -P (V_C - V_B) = -10005,24 \text{ J}$$

Transformation  $C \rightarrow A$

+CLUB NAJAH+  
UCD.FS.ELJADIDA  
LE PRÉSIDENT

$$\Delta U_{CA} = C_V (T_A - T_C) = -15007,86 \text{ J}$$

$$\Delta H_{CA} = C_P (T_A - T_C) = -25013,1 \text{ J}$$

$$W_{CA} = 0 \quad \text{car Transformation isotherme } dV=0$$

$$Q_{CA} = -15007,86 \text{ J}$$

$$5) \quad W_{\text{tot}} = W_{\text{cycle}} = W_{AB} + W_{BC} + W_{CA} = -5979,53 \text{ J}$$

$$W_{\text{cycle}} < 0$$

donc c'est un moteur

**Examen du Module de Géologie Générale**

Session Normale

Filière SVT - Durée 1h30

Nom.....Prénom.....N° Examen.....

*Veillez répondre sur les feuilles d'examen en encerclant la réponse juste, ou en répondant dans l'espace de ligne correspondant.*

**1/ Le géotourisme est (0,25 pt):**

- a- un tourisme de masse non respectueux de son environnement ;
- b- un tourisme qui ne prend pas en compte la conservation des sites géologiques ;
- c- un tourisme culturel seulement ;
- d- un tourisme qui soutient et valorise une destination en tenant en considération sa géographie, son environnement, sa culture, son esthétisme, son patrimoine et le bien-être de ses habitants.

**2/ Un géoparc est (0,25 pt):**

- a - un parc naturel protégé ;
- b - un bioparc ;
- c - un territoire avec des sites géologiques d'une importance exceptionnelle quant à leurs qualités éducative et/ou scientifique, leur rareté ou leur valeur esthétique ;
- d - une réserve naturelle.

**3/ La géodiversité (0,25 pt):**

- a - représente seulement le patrimoine paléontologique d'une région donnée ;
- b - regroupe les éléments de la nature ;
- c - représente seulement la diversité biologique ;
- d - représente l'ensemble des éléments des sous-sols, sols et paysages qui, assemblés les uns aux autres, constituent des systèmes organisés, issus de processus géologiques.

**4/ La géologie médicale (0,25 pt)**

- a - est un domaine scientifique interdisciplinaire qui étudie la relation entre les phénomènes naturels et la vie ancienne ;
- b - est une discipline scientifique qui étudie la relation entre les phénomènes géologiques naturels et la santé humaine et animale ;
- c - est un domaine scientifique interdisciplinaire qui étudie les risques naturels ;
- d - est une discipline géologique qui étudie les risques naturels et leurs impacts économiques sur les populations.

**5/ La lune, satellite de notre planète, la Terre est (0,25 pt):**

- a - un corps céleste qui tourne autour du soleil ;
- b - un satellite qui tourne autour du soleil ;
- c - un satellite avec un champ magnétique global ;
- d - responsable de la variation des marées et du maintien de la Terre sur son axe légèrement incliné, permettant ainsi l'existence des saisons.

**6/ Le passage de l'Eon Précambrien à l'Eon Phanérozoïque est caractérisé par (0,25 pt):**

- a - La disparition des stromatolithes.
- b - L'apparition des êtres vivants à carapace ou à squelette.
- c - La diminution du taux d'oxygène dans l'atmosphère terrestre.
- d - L'apparition et la disparition des trilobites.

**7/ Le passage de la vie marine à la vie terrestre a eu lieu pendant (0,25 pt):**

- a - L'Ediacarien ;      b - Le Dévonien ;      **c** - Le Silurien ;      d - L'Ordovicien.

**8/ Une extinction majeure est (0,25 pt):**

- a - une extinction d'une espèce animale particulière ;  
 b - une diminution importante de la géodiversité ;  
**c** - une crise biologique qui désigne une période de disparition rapide et massive d'espèces animale ou végétale ;  
 d - une augmentation importante de la biodiversité.

**9/ L'évolution de la vie sur notre planète a connu 5 extinctions majeures qui sont dans l'ordre chronologique suivant (0,5 pt):**

- a** - Ordovicien/Silurien, Dévonien/Carbonifère, Permien/Trias, Trias/Jurassique, Crétacé/Paléogène ;  
 b - Ordovic/Silur, Dévon/Carbonif, Trias/Jurassique, Paléogène/Néogène, Crétacé/Paléogène ;  
 c - Cambrien/Ordovicien, Dévon/Carbonif, Permien/Trias, Trias/Jurassique, Crétacé/Paléogène ;  
 d - Ordovicien/Silurien, Silurien/Carbonifère, Permien/Trias, Trias/Jurassique, Crétacé/Paléogène.

**10/ L'équivalent de l'orogénèse Panafricaine en Europe est (0,25 pt) :**

- a** - l'orogénèse Cadomienne ;      b - l'orogénèse Kibarienne ;  
 c - l'orogénèse Eburnéenne ;      d - l'orogénèse Grenvillienne.

**11/ L'orogénèse calédonienne est une chaîne de montagne formée durant (0,25 pt):**

- a - le Paléozoïque supérieur ;      b - le Protérozoïque supérieur ;  
**c** - le Paléozoïque inférieur ;      d - le Mésozoïque.

**12/ La chaîne des Jbilet au Maroc s'est structurée durant (0,25 pt) :**

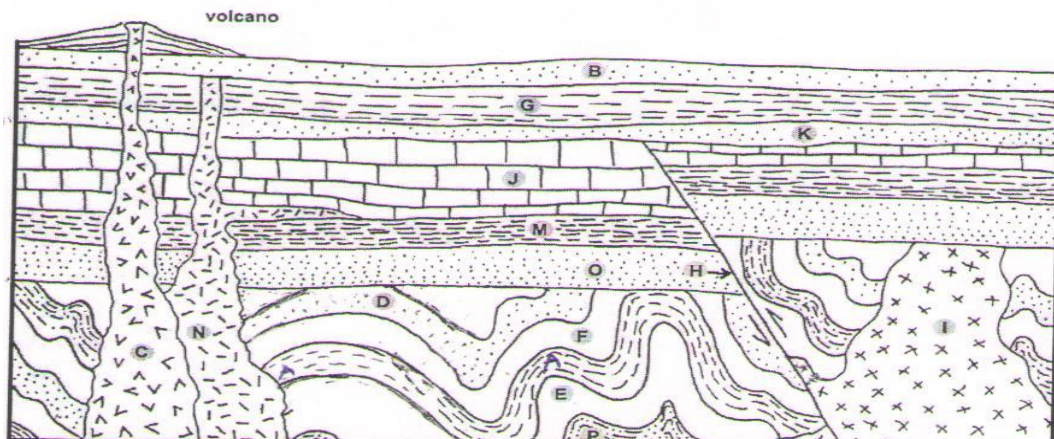
- a - l'orogénèse Calédonienne ;      **b** - l'orogénèse Hercynienne ;  
 c - l'orogénèse Panafricaine ;      d - l'orogénèse Atlasique.

**13/ Quel est l'âge absolu de la limite Mésozoïque/Cénozoïque (0,25 pt):**

- a - 350 Ma ;      b - 500 Ma ;      c - 542 Ma ;      **d** - 65 Ma.

**14/ En géochronologie, la méthode qui date les événements les plus récents est (0,25 pt) :**

- a - Rubidium/Strontium ;      b - Uranium/Plomb.  
 c - Potassium/Argon ;      **d** - Carbone 14.



**Légende :**

- B** : Trias ; **K et G** : Permien ; **O, M et J** : Carbonifère ; **D et T** : Dévonien ;  
**A et F** : Silurien ; **P et E** : Ordovicien

**15/ La figure ci-dessus indique une coupe géologique d'une région. Reconstituer l'histoire géologique de la figure (5 pts):**

- a - Dépôt horizontale des couches P, E, A, F, D et U  
 b - Plissement des couches P, E, A, F, D et U  
 c - Mise en place de l'intrusion magmatique I

- d - Erosion partielle des couches E, A, F, D et U
- e - Dépôt horizontale et discordant des couches O, M, J
- f - La Faille recoupe l'ensemble E, A, F, D, U, O, M et J Erosion partielle de la couche J
- g - Dépôt discordant des couches K et G Mise en place de l'intrusion, de dyke et de sill N
- h - Dépôt horizontale et concordant de la couche B
- i - Mise en place de l'intrusion et du dyke C

**16/ Les principes de stratigraphie utilisés pour reconstituer l'histoire de la région relative à la figure sont les suivants (0,5 pt) :**

- a - principes de superposition, de recoupement et d'inclusion ;
- b - principes de superposition, de recoupement et d'identité paléontologique ;
- c - principes de superposition, d'horizontalité et de continuité ;
- d - principes de superposition, d'horizontalité et de recoupement.

**17/ L'histoire géologique de la figure s'est déroulée pendant les ères (0,25 pt) :**

- a - Paléozoïque, Mésozoïque et Cénozoïque.
- b - Précambrien, Mésozoïque, et Cénozoïque.
- c - Précambrien et Paléozoïque.
- d - Paléozoïque et Mésozoïque

**18/ Quelles sont les orogènes responsables de ces événements (0,5 pt)**

L'orogène Calédonienne et L'orogène Hercynienne

**19/ Existe t- il une lacune stratigraphique, si oui donner son âge (0,25 pt)**

Non il n'existe pas.

**20/ La subdivision stratigraphique de l'Eon Phanérozoïque s'est faite en se basant sur (0,25 pt):**

- a - des datations relatives ;
- b - des datations absolues et des datations relatives ;
- c - des datations absolues ;
- d - une étude stratigraphique.

**21/ Les dinosaures ont vécu sur notre planète pendant (0,25 pt)**

- a - 175 Ma ;
- b - 150 Ma ;
- c - 165 Ma ;
- d - 200 Ma.

**22/ Les dinosaures ont disparu vers 65 Ma à cause (0,25 pt):**

- a- du réchauffement de la planète ;
- b- d'une maladie qui n'a atteint que cette espèce ;
- c- d'une météorite géante qui s'est abattue sur notre planète près du golfe du Mexique ;
- d- d'une activité tectonique importante sur notre planète.

**23/ Les TTG acronyme des "Tonalites, Trondhjemites, Granodiorites" sont (0,25 pt)**

- a - des roches magmatiques plutoniques qui proviennent de la fusion de la lithosphère ;
- b - des roches magmatiques plutoniques qui proviennent de la fusion du manteau supérieur ;
- c - des roches plutoniques qui proviennent de la fusion de la croûte océanique subductée ;
- d - des roches magmatiques plutoniques qui proviennent de la fusion de la croûte continentale.

**24/ L'apparition des BIF pendant l'Archéen est due à (0,5 pt):**

- a - la diminution de la température de notre planète ;
- b - la richesse en fer des milieux de dépôt et la présence de l'oxygène produit par les cyanobactéries;
- c - l'augmentation du taux d'oxygène dans l'atmosphère ;
- d - l'augmentation de la pression sur notre planète.

**25/ Que représentent les clous d'or sur l'échelle stratigraphique internationale (0,5 pt):**

- a- des limites bien définies de point de vue chronostratigraphique et géochronologique entre deux unités géologiques ;
- b- des limites entre deux systèmes géologiques ;
- c- des limites entre deux étages géologiques ;
- d- des limites entre deux ères géologiques.

**26/ L'échelle des temps géologiques est subdivisée en plusieurs unités, les unités chronostratigraphique et géochronologique. Ces dernières utilisent différents termes qui sont équivalents. Compléter le tableau suivant (1 pt):**

Unités chronostratigraphiques	Unités géochronologiques
Eonothèmes	Eon
Erathèmes	Eres
System	Périodes
Séries	Epoque
Etages	Age

**27/ Le Paléozoïque est marqué par (0,25 pt) :**

- a - la présence des trilobites et par deux cycles orogéniques, le calédonien et l'hercynien ;
- b - la présence des trilobites et par deux cycles orogéniques, l'éburnéen et l'hercynien ;
- c - la présence des dinosaures et par deux cycles orogéniques, le calédonien et l'hercynien ;
- d - la présence des trilobites et par deux cycles orogéniques, l'alpin et le calédonien.

**28/ La structure interne de la Terre a été déterminée grâce (0,25 pt):**

- a - aux ondes sismiques de fond ;
- b - aux ondes sismiques de surface ;
- d - aux forages effectués dans le cadre de l'exploitation pétrolière ;
- c - à une étude stratigraphique détaillée.

**29/ La LVZ correspond à (0,25 pt):**

- a - la limite entre la lithosphère et l'asthénosphère ;
- b - la limite entre la croûte et le manteau supérieur ;
- c - la limite entre la lithosphère et le manteau inférieur ;
- d - la zone où la vitesse de propagation des ondes sismiques augmente considérablement.

**30/ Le zircon de Jack Hills est un minéral qui a permis d'avoir des informations sur (0,25 pt):**

- a - le Néoprotérozoïque ;
- b - l'Archéen ;
- c - l'Hadéen ;
- d - le Paléozoïque.

**31/ L'accrétion continentale se fait (0,25 pt)**

- a - dans une zone de distension ;
- b - dans une zone de subduction ;
- c - le long des rides médio-océaniques ;
- d - dans les domaines intraplaques.

**32/ Le phénomène responsable de la transformation des roches meubles en roches consolidées est (0,25 pt):**

- a- l'orogénèse ;
- b- la morphogénèse ;
- c - la diagenèse ;
- d - le dépôt.

**33/ Un bouclier est (0,25 pt):**

- a - un morceau de la croûte océanique resté stable pendant une longue période ;
- b - une portion de la croûte continentale restée stable pendant une longue période ;
- c - un morceau de la lithosphère déstabilisée pendant les orogénèses successives ;
- d - une portion de la lithosphère continentale restée stable pendant une longue période et recouverte de formations sédimentaires tabulaires.

**34/ Citer, dans l'ordre chronologique, 10 événements majeurs qui ont marqué l'histoire de l'évolution de notre planète (2,5 pts):**

- a Formation de la terre
- b Formation de noyeux
- c Formation de la lune
- d Zircon de jack hills
- e Bombardement meteorétique
- f Formation de la croûte centinental et la croûte oceanique
- g Apparition des cyanobacterie(bacterie monocellulaire)



- h Augmentation de taux d'oxygène
- i Apparition des êtres vivants avec squelette soit interne soit externe
- j Apparition et disparition des dinosaures
- k Apparition de l'homme (Homme)

**35/ Le paroxysme de l'orogénèse éburnéenne est daté aux environs de (0,25 pt):**

- a - 1100 Ma ;
- b - 650 - 550 Ma ;
- c - 2000 Ma ;
- d - 2500 Ma

**36/ La vitesse de propagation des ondes sismiques de fond S (0,25 pt):**

- a - est proportionnelle à la densité ;
- b - augmente lors du passage d'un milieu solide à un milieu liquide ;
- c - diminue lors du passage d'un milieu solide à un milieu liquide ;
- d - varie avec la variation de l'état du milieu traversé.

**37/ Le passage Asthénosphère/Manteau inférieur est marqué par (0,25 pt):**

- a - un arrêt de la vitesse de propagation des ondes sismiques de fond P et S ;
- b - une chute de la vitesse de propagation des ondes sismiques de fond P et S ;
- c - une augmentation de la vitesse de propagation des ondes sismiques de fond P et S ;
- d - une diminution de la vitesse de propagation des ondes sismiques de fond P et S.

**38/ La discontinuité de Gutenberg se situe entre (0,25 pt):**

- a - l'asthénosphère et la mésosphère ;
- b - la croûte et le manteau ;
- c - le manteau et le noyau ;
- d - le noyau interne et le noyau externe.

**39/ La chaîne de l'Anti-Atlas au Maroc s'est structurée pendant (0,25 pt):**

- a - les orogénèses Eburnéenne et Pan-Africaine ;
- b - les orogénèses Alpine et Calédonienne ;
- c - l'orogénèse Alpine ;
- d - l'orogénèse Hercynienne.